

Corrigé Examen de Remplacement : Physique Atomique & Nucléaire

Exercice 1 :

- a) $E_T \rightarrow 0 \Rightarrow r \rightarrow 0 \Rightarrow$ Atome ionisé.
- b) Théorie classique : Une charge accélérée (e^-) rayonne \Rightarrow perte d'énergie \Rightarrow instabilité de l'atome.
- c) $\sigma = n\hbar = m_e \cdot v \cdot r$, $E_c = \frac{1}{2} \cdot m_e \cdot v^2 = \frac{ze^2}{8\pi\epsilon_0 r}$, $F_e = \frac{ze^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{m_e \cdot v^2}{r} \Rightarrow$
 $r = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{Zm_e e^2} n^2 = a_0 \frac{n^2}{Z} = r_n$
 $E_p = -\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r} \Rightarrow E_T = -\frac{Ze^2}{8\pi\epsilon_0 r} = -\frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 a_0} \cdot \frac{Z^2}{n^2} = -13,6 \cdot \frac{Z^2}{n^2}$ (eV)

- d) Transition entre deux niveaux (m, n) : Elle correspond à une énergie rayonnée tel que :

$$h\nu_{mn} = E_m - E_n \quad \text{avec } n < m$$

$$\nu_{mn} = \frac{E_m - E_n}{h} = -13,6 \cdot \frac{Z^2}{h} \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right) = 13,6 \cdot \frac{Z^2}{h} \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right)$$

$$\nu_{mn} = \frac{c}{\lambda_{mn}} \Rightarrow \frac{1}{\lambda_{mn}} = \frac{\nu_{mn}}{c} = 13,6 \cdot \frac{Z^2}{c \cdot h} \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right) = R_H \cdot Z^2 \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right)$$

- e) Expression de R_H :

$$R_H = \frac{13,6}{c \cdot h} = 1,097 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}$$

Exercice 2 :

- a) Configuration électronique du Lithium L_i^6 : $1s^2 \cdot 2s^1$
 Pour l'électron célibataire $2s^1$, il s'agit de la transition $E_{2s} \rightarrow E_\infty$ et $E_I = E_\infty - E_{2s} = 5.39$ eV
- b) Relation ($(\Delta E, \lambda)$ en (eV, nm)) :

$$\Delta E(\text{eV}) = h\nu = \frac{h \cdot c}{\lambda} \cong \frac{1241}{\lambda(\text{nm})}$$

- c) Diagramme d'énergie du L_i^6 :

Se construit sur la base de valeurs des tableaux suivants :

Transition	$2p \rightarrow 2s$	$3s \rightarrow 2p$	$3p \rightarrow 2s$	$4s \rightarrow 2p$	$3d \rightarrow 2p$	$4p \rightarrow 2p$
$\lambda(\text{nm})$	671	812	323	610	497	427
$\Delta E(\text{eV})$	-1,85	-1,53	-3,85	-2,04	-2,50	-2,91

Déduction des énergies des niveaux :

niveau	$2s$	$2p$	$3s$	$3p$	$4s$	$3d$	$4p$
$E(\text{eV})$	-5,39	-3,54	-2,01	-1,54	-1,50	-1,04	--0,63

- d) Energie nécessaire pour ioniser le $L_i^6 (e^- (3s))$:

$$E_{3s} = -\Delta E_{3s \rightarrow 2p} + E_{2p} = 1,53 - 3,54 = -2,01 \text{ eV}$$

$$\Delta E = E_I = E_\infty - E_{3s} = 2,01 \text{ eV}$$

- e) Longueur d'onde du Laser utilisé :

$$\lambda(\text{nm}) = \frac{1241}{2,01} = 617,41$$

Exercice 3 :

- a) ? $R_{10}(r)$: $n = 1, l = 0$ état $1s^1$

$$M = n - l - 1 = 0, \quad \alpha = \frac{1}{n} = 1, \quad k = 0 \quad , v_{10}(x) = x^{l+1} \sum_{k=0}^M C_k x^k = x C_0$$

La condition de normalisation permet de déterminer la constante C_0 à savoir :

$$a_0 \int_0^\infty v_{10}^2(x) e^{-2x} dx = 1 \Rightarrow a_0 C_0^2 \int_0^\infty x^2 e^{-2x} dx = 1 \Rightarrow C_0 = \frac{2}{\sqrt{a_0}}$$

$$v_{10}(x) = \frac{2}{\sqrt{a_0}} x \Rightarrow u_{10}(x) = v_{10}(x) e^{-x} = \frac{2}{\sqrt{a_0}} x e^{-x}$$

$$\Rightarrow u_{10}(r) = \frac{2}{\sqrt{a_0}} \frac{r}{a_0} e^{-\frac{r}{a_0}}$$

$$R_{10}(r) = \frac{u_{10}(r)}{r} = \frac{2}{\sqrt{a_0^3}} e^{-\frac{r}{a_0}}$$

b) ? $R_{20}(r)$: $n = 2, l = 0$ état $2s^1$

$$M = n - l - 1 = 1, \quad \alpha = \frac{1}{n} = \frac{1}{2}, \quad k = 0, 1 \quad , v_{20}(x) = x^{l+1} \sum_{k=0}^1 C_k x^k = C_0 x + C_1 x^2$$

$$\text{A partir de la relation de récurrence } C_k = \frac{2\alpha(k+l)-2}{k^2+k(2l+1)} C_{k-1} \Rightarrow C_1 = -\frac{C_0}{2}$$

$$v_{20}(x) = C_0 x + C_1 x^2 = C_0 \left(x - \frac{x^2}{2}\right)$$

La condition de normalisation permet de déterminer la constante C_0 à savoir :

$$a_0 \int_0^\infty v_{20}^2(x) e^{-x} dx = 1 \Rightarrow a_0 C_0^2 \int_0^\infty \left(x - \frac{x^2}{2}\right) e^{-x} dx = 1 \Rightarrow C_0 = \frac{1}{\sqrt{2a_0}}$$

$$v_{20}(x) = \frac{1}{\sqrt{2a_0}} \left(x - \frac{x^2}{2}\right)$$

$$u_{20}(x) = v_{20}(x) e^{-\frac{x}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2a_0}} \left(x - \frac{x^2}{2}\right) e^{-\frac{x}{2}} \Rightarrow$$

$$u_{20}(r) = \frac{1}{\sqrt{2a_0}} \left(\frac{r}{a_0} - \frac{r^2}{2a_0^2}\right) e^{-\frac{r}{2a_0}}$$

$$R_{20}(r) = \frac{u_{20}(r)}{r} = \frac{1}{\sqrt{2a_0^3}} \left(1 - \frac{r}{2a_0}\right) e^{-\frac{r}{2a_0}}$$